Préparation au bac blanc 2017-2018

Exercice 1 — 3 points

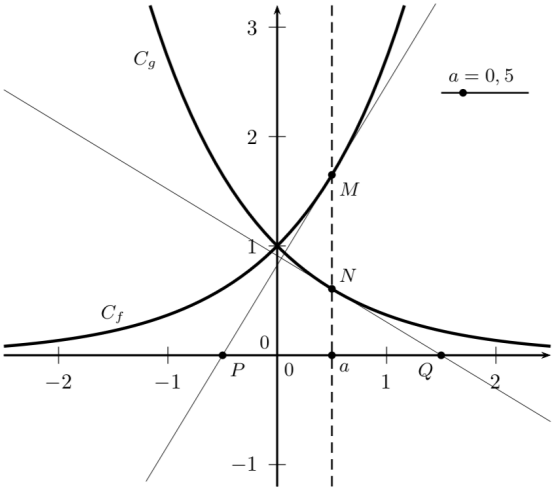
Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^x$ et $g(x) = e^{-x}$

On note Cf la courbe représentative de f et Cg la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé du plan.

Pour tout réel a, on note M le point de Cf d'abscisse a et N le point de Cg d'abscisse a.

La tangente en M à Cf coupe l'axe des abscisses en P, la tangente en N à Cg coupe l'axe des abscisses en Q.

À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on a représenté la situation pour différentes valeurs de a et on a relevé dans un tableur la longueur du segment $[PQ]$ pour chacune de ces valeurs de a.



	A	B
1	Abscisse a	Longueur PQ
2	-3	2
3	-2.5	2
4	-2	2
5	-1.5	2
6	-1	2
7	-0.5	2
8	0	2
9	0.5	2
10	1	2
11	1.5	2
12	2	2
13	2.5	2
14		

Les questions 1 et 2 peuvent être traitées de manière indépendante.

1) Démontrer que la tangente en M à Cf est perpendiculaire à la tangente en N à Cg.
2) a/ Que peut-on conjecturer pour la longueur PQ ?
   b/ Démontrer cette conjecture.

Exercice 2 — 7 points

Partie A

On considère la fonction h définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par : $h(x) = xe^{-x}$.

1) Déterminer la limite de la fonction h en $+\infty$.
2) Étudier les variations de la fonction h sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
3) L'objectif de cette question est de déterminer une primitive de la fonction h.
   a/ Vérifier que pour tout nombre réel x appartenant à $[0\ ;\ +\infty[$, on a :
   $$h(x) = e^{-x} - h'(x)$$
   b/ Déterminer une primitive sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ de la fonction $x \mapsto e^{-x}$.
   c/ Déduire des deux questions précédentes une primitive de la fonction h sur $[0\ ;\ +\infty[$.

AMBITION MATHS

Partie B

On définit les fonctions f et g sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par : $\quad f(x) = xe^{-x} + ln(x+1) \quad$ et $\quad g(x) = ln(x+1)$.

On note Cf et Cg les représentations graphiques respectives des fonctions f et g dans un repère orthonormé.

Ces deux courbes sont tracées en annexe. Cette annexe est à rendre avec la copie.

1) Pour un nombre réel x appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, on appelle M le point de coordonnées $\big(x\ ;f(x)\big)$ et N le point de coordonnées $\big(x\ ;g(x)\big)$: M et N sont donc les points d'abscisse x appartenant respectivement aux courbes Cf et Cg.

   a/ Déterminer la valeur de x pour laquelle la distance MN est maximale et donner cette distance maximale.

   b/ Placer sur le graphique fourni en annexe les points M et N correspondant à la valeur maximale de MN.

2) Soit λ un réel appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$. On note D_λ le domaine du plan limité par les courbes Cf et Cg et par les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$.

   a/ hachurer le domaine D_λ correspondant à la valeur λ proposée sur le graphique an annexe.

   b/ on note A_λ l'aire du domaine D_λ, exprimée en unités d'aire. Démontrer que :

$$A_\lambda = 1 - \frac{\lambda+1}{e^\lambda}$$

   c/ Calculer la limite de A_λ lorsque λ tend vers $+\infty$ et interpréter le résultat.

3) On considère l'algorithme suivant :

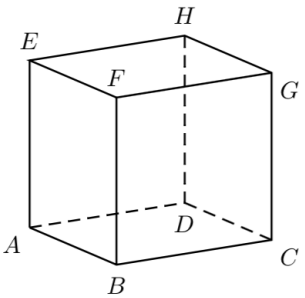
Variables :	
	λ est un réel positif
	S est un réel strictement compris entre 0 et 1.
Initialisation :	
	Saisir S
	λ prend la valeur 0
Traitement :	
	Tant Que $1 - \dfrac{\lambda+1}{e^\lambda} < S$ faire
	λ prend la valeur $\lambda + 1$
	Fin Tant Que
Sortie :	
	Afficher λ

   a/ Quelle valeur affiche cet algorithme si on saisit la valeur $S = 0{,}8$?

   b/ Quel est le rôle de cet algorithme ?

Exercice 3 — *5 points*

On considère un cube $ABCDEFGH$.



1) a/ Simplifier le vecteur $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$.

   b/ En déduire que $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{BD} = 0$.

   c/ On admet que $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{BE} = 0$. Que peut-on alors dire des positions relatives de la droite (AG) et du plan (BDE) ? Justifier.

2) L'espace est muni du repère orthonormé $\big(A\ ;\ \overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AD}\ ;\ \overrightarrow{AE}\big)$.

   Calculer le volume de la pyramide $BDEG$.

   On pourra déterminer les coordonnées du point d'intersection K de la droite (AG) et du triangle BDE.

AMBITION MATHS

Exercice 4 — 5 points

Un maraîcher est spécialisé dans la production de fraises.

Cet exercice envisage dans la partie A, la production de fraises et dans la partie B, leur conditionnement.

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : production de fraises

Le maraîcher produit ses fraises dans deux serres notées A et B ; 55% des fleurs de fraisier se trouvent dans la serre A et 45% dans la serre B. dans la serre A, la probabilité pour chaque fleur de donner un fruit est égale à 0,88 ; dans la serre B, elle est égale à 0,84.

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

Proposition 1 :

La probabilité qu'une fleur de fraisier, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit est égale à 0,862.

Proposition 2 :

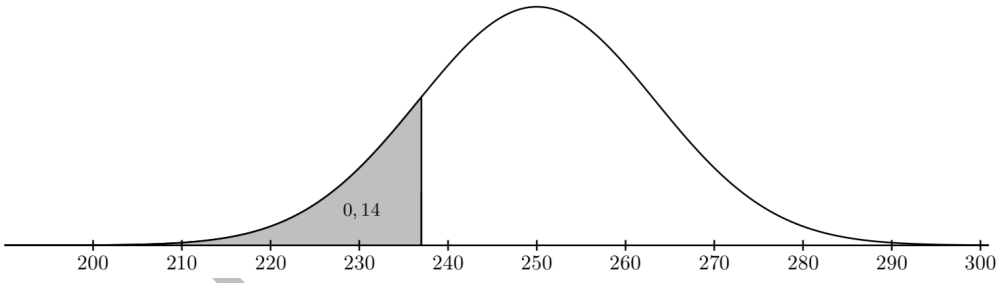
On constate qu'une fleur, choisie au hasard dans cette exploitation, donne un fruit.

La probabilité qu'elle soit située dans la serre A, arrondie au millième, est égale à 0,439.

Partie B

Les fraises sont conditionnées en barquettes. La masse (exprimée en gramme) d'une barquette peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart-type σ.

La représentation graphique de la fonction densité de la loi de probabilité de la variable aléatoire X est donnée ci-après :



1) On donne $p(X \leq 237) = 0{,}14$. Calculer la probabilité de l'événement « la masse de la barquette est comprise entre 237 et 263 grammes ».

2) On note Y la variable aléatoire définie par : $Y = \frac{X-250}{\sigma}$.

   a/ Quelle est la loi de variable Y ?

   b/ Démontrer que $p\left(Y \leq -\frac{13}{\sigma}\right) = 0{,}14$.

   c/ En déduire la valeur de σ arrondie à l'entier.

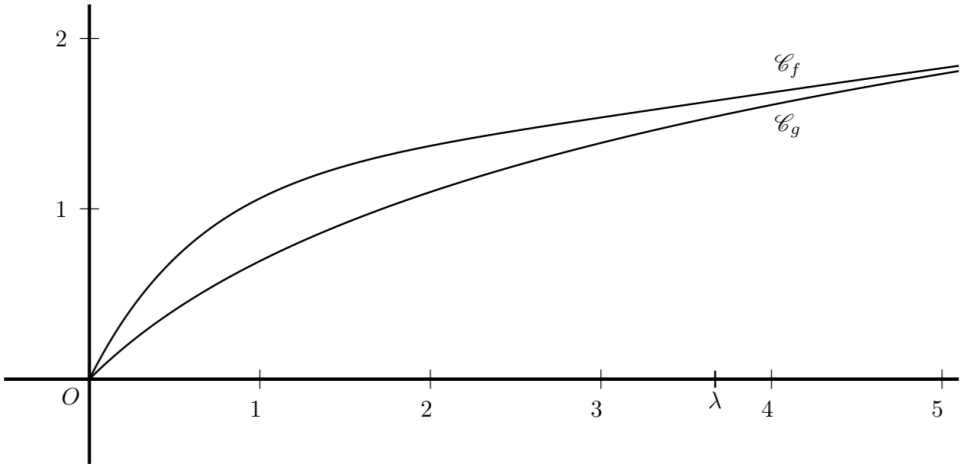
3) Dans cette question, on admet que σ vaut 12. On désigne par n et m deux nombres entiers.

   a/ Une barquette est conforme si sa masse exprimée en grammes, se trouve dans l'intervalle $[250 - n\,;\, 250 + n]$. Déterminer la plus petite valeur de n pour qu'une barquette soit conforme, avec une probabilité supérieure ou égale à 95%.

   b/ On considère dans cette question qu'une barquette est conforme si sa masse, exprimée en grammes, se trouve dans l'intervalle $[230\,;\, m]$. Déterminer la plus petite valeur de m pour qu'une barquette soit conforme avec une probabilité supérieure ou égale à 95%

AMBITION-MATHS

Annexe exercice 2



AMBITION MATHS