

Fiche d'exercices n°4

Exercice 1

On divise l'entier 12 130 par b , on trouve comme quotient 97 et comme reste r .

► Quelles sont les valeurs possibles pour b et r ?

Exercice 2

Les questions suivantes sont indépendantes.

1► Soit a et v deux entiers tels que $a \equiv 2[5]$ et $b \equiv 3[5]$.

Déterminer le reste de la division euclidienne de $a^2 + 2b^2$ par 5

2► On considère n un entier quelconque.

Quels sont les restes possibles de la division euclidienne de n^3 par 5 ?

3► Montrer que $35^{228} + 84^{501} \equiv 0[17]$

Exercice 3

1) En remarquant que $5 \equiv -1[6]$, démontrer que $6 \mid n^3 + 5n$.

2) Démontrer que $n^3 + 5n \equiv n(n-1)(n+1)[6]$.

Remarque : on pourra s'amuser à démontrer le résultat de la question 1) en utilisant un raisonnement par récurrence.

Exercice 4

On cherche à résoudre l'équation : $x^2 + 2 \equiv 0[9]$.

1) Quels sont les restes de la division euclidienne d'un entier x par 9 ?

2) En déduire les restes possibles de la division euclidienne de x^2 par 9.

3) Montrer que l'ensemble des solutions est formé des entiers de la forme $9k+4$ ou $9k+5$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Exercice 5 (extrait bac)

1) On considère la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_0 = 13$ et de raison $q = 5$.

Pour tout entier n , déterminer le reste de la division euclidienne de v_n par 4.

2) On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 14$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 5u_n - 6$.

a/ Démontrer que, pour tout entier naturel n , $u_{n+2} \equiv u_n[4]$.

b/ Démontrer que, pour tout entier naturel n , $2u_n = 5^{n+2} + 3$

c/ Déduire de la question précédente qu'aucun terme de cette suite n'est divisible par 3.