

Fiche 2 ∞ théorème des valeurs intermédiaires étude de fonctions

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur $[0;1]$ par : $f(x) = x^5 - 5x + 2$.

- 1) Calculer $f(0)$ et $f(1)$.
- 2) EN déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans $[0;1]$.

Exercice 2

Soit l'équation $(E): x^3 - 5x = 3$.

- 1) Démontrer que l'équation (E) admet une unique solution dans l'intervalle $[-1;0]$.
- 2) On souhaite obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-2} de cette solution.
Après avoir analysé l'algorithme ci-dessous, compléter les pointillés de façon à résoudre le problème.

Variables :	x, y réels
Début :	$x \leftarrow -1, y \leftarrow x^3 - 5x$
	Tant que $y > 3$ faire
	$x \leftarrow \dots$
	$y \leftarrow \dots$
	Fin Tant que ;
	Afficher $(x - 0,01; x)$

- 3) L'équation (E) admet-elle des solutions n'appartenant pas à $[-1;0]$? Justifier.
Si oui, pour chaque solution, modifier l'algorithme précédent de façon à obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-2} .

Exercice 3

Partie A

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 4x^3 - 3x - 8$.

- 1) Étudier le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$.
- 2) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution que l'on note α .
Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-3} .
- 3) Déterminer le signe de g sur $\mathbb{R}$.

Partie B

Soit la fonction définie sur $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ par : $f(x) = \frac{x^3 + 1}{4x^2 - 1}$. On note C_f sa courbe représentative.

On donne : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = +\infty$

- 1) Calculer $f'(x)$.
- 2) En déduire le sens de variation de f sur $\left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$.
- 3) En utilisant la définition de α , démontrer que : $f(\alpha) = \frac{3}{8}\alpha$.
En déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-2; 1\}$ par : $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 4x + 5}{x^2 + x - 2}$

Mme MAINGUY demande de calculer $f(1000)$: Ihssane répond « 998 environ ». Mme MAINGUY demande de calculer $f(10\,000)$ et Salwa répond immédiatement « 9 998 à très peu de choses près »

☞ Ihssane et Salwa ont-elle raison ? Justifier et estimer « l'erreur » d'Ihssane et Salwa.