Terminale S
Ch.15

Nombres complexes - partie 2
→ FICHE 1

Exercice 1

Les questions suivantes sont indépendantes.

1) Écrire sous la forme $a + ib$ les nombres complexes suivants :

- Nombre de module 2 et d'argument $\frac{\pi}{3}$.
- Nombre de module 3 et d'argument $-\frac{\pi}{8}$.

2) Pour tout complexe z différent de i , on pose : $z' = \frac{iz-1}{z-i}$. Prouver que : $z' \in \mathbb{R} \Leftrightarrow |z|=1$

3) Trouver une forme trigonométrique de chacun des nombres complexes suivants :

$$\text{a / } z = (1-i)^2 \quad \text{b / } \frac{z=1-i\sqrt{3}}{1+i} \quad \text{c / } z = \frac{(\sqrt{3}+i)^9}{(1+i)^{12}}$$

Exercice 2

Les questions suivantes sont indépendantes.

1) À chaque point M d'affixe z du plan, on associe le point M' d'affixe $z' = (z-1)(\bar{z}-i)$.

Déterminer l'ensemble des points M pour lesquels M' appartient à l'axe imaginaire.

2) Dans chacun des cas suivants, écrire sous la forme exponentielle et en déduire la forme algébrique de $\bar{z}$ et $\frac{1}{z}$:

$$\text{a / } z_1 = \frac{6}{1+i} \quad \text{b / } z_2 = 3ie^{\frac{2\pi}{3}} \quad \text{c / } z_3 = -12e^{\frac{\pi}{4}}$$

Exercice 3 ► La Réunion 2010

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On considère le point A d'affixe $1+i$.

On associe, à tout point M du plan d'affixe $z \neq 0$, le point M' d'affixe $z' = \frac{z-1-i}{z}$.

M' est appelé point image du point M .

1) a / déterminer l'affixe du point B' , image du point B d'affixe i .

b / Montrer que, pour tout point M du plan d'affixe z non nulle, l'affixe z' du point M' est telle que $z' \neq 1$.

2) Déterminer l'ensemble des points M du plan d'affixe z non nulle pour lesquels l'affixe du point M' est telle que $|z'|=1$.

3) Quel est l'ensemble des points M du plan d'affixe z non nulle pour lesquels l'affixe du point M' est un nombre réel ?