

## Terminale S

## Ch.13

# Repérage - produit scalaire de l'espace

## → FICHE 1

**Exercice 1**

On considère un tétraèdre  $ABCD$  et les points  $E$  et  $F$  définis par :

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

- 1) Démontrer que les points  $A, E, F$  ne sont pas alignés.
- 2) a / Exprimer  $\overrightarrow{AE}$  comme combinaison linéaire des vecteurs  $\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{CD}$ .  
b / En déduire que  $\overrightarrow{AE}$  est un vecteur directeur du plan  $(BCD)$ .  
c / Prouver de la même manière que  $\overrightarrow{AF}$  est aussi un vecteur directeur du plan  $(BCD)$ .

**Remarque :** si deux plans ne sont pas définis à partir du même couple de vecteurs directeurs, on ne peut pas en déduire qu'ils ne sont pas parallèles.

**Exercice 2**

Les questions suivantes sont indépendantes

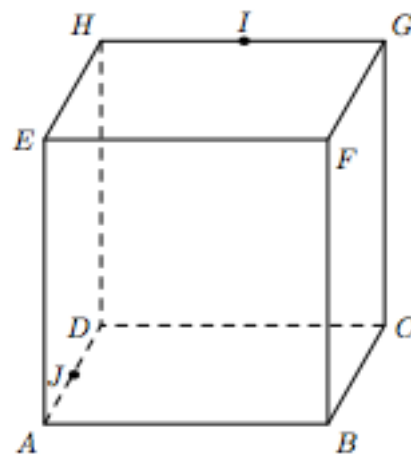
- 1) Dans un repère de l'espace, on considère les points :  $A(3; 2; -1)$  ;  $B(-3; 0; 5)$  ;  $C(-1; 1; -2)$  ;  $D(-11; -3; 10)$ .  
Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont-ils colinéaires ?
- 2) Dans un repère de l'espace, on considère les points :  $A(1; 0; 3)$  ;  $B(3; -1; 2)$  et  $M(x; y; -2)$ . avec  $x$  et  $y$  nombres réels.  
Existe-t-il des valeurs de  $x$  et  $y$  pour lesquelles les points  $A, B$  et  $M$  sont alignés ?

**Exercice 3**

Dans l'espace, on considère le cube  $ABCDEFGH$  de côté 1 représenté ci-contre où les points  $I$  et  $J$  sont les milieux respectifs des segments  $[GH]$  et  $[AD]$ .

- 1) En utilisant les propriétés du cube et du carré, déterminer les produits scalaires :  
a/  $\overrightarrow{EH} \cdot \overrightarrow{DH}$       b/  $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC}$       c/  $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{HG}$
- 2) En utilisant également la relation de Chasles, déterminer la valeur des produits scalaires suivants :

a/  $\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{GF}$       b/  $\overrightarrow{JF} \cdot \overrightarrow{AB}$       c/  $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{EF}$

**Exercice 4**

$ABCDEFGH$  est un cube de centre  $O$  et d'arête  $a$ .

- 1) Calculer en fonction de  $a$ , les produits scalaires :  
a /  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BG}$       b /  $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BA}$       c /  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO}$
- 2) Déterminer dans le repère  $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$  les coordonnées de tous les points et retrouver les résultats de la question 1).
- 3) Déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{HOG}$ .

