

Terminale S
Ch.13
Repérage - produit scalaire de l'espace
→FICHE 1
Exercice 1

On considère un tétraèdre $ABCD$ et les points E et F définis par :

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

- 1) Démontrer que les points A, E, F ne sont pas alignés.
- 2) a / Exprimer \overrightarrow{AE} comme combinaison linéaire des vecteurs \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{CD} .
 b / En déduire que \overrightarrow{AE} est un vecteur directeur du plan (BCD) .
 c / Prouver de la même manière que \overrightarrow{AF} est aussi un vecteur directeur du plan (BCD) .

Remarque : si deux plans ne sont pas définis à partir du même couple de vecteurs directeurs, on ne peut pas en déduire qu'ils ne sont pas parallèles.

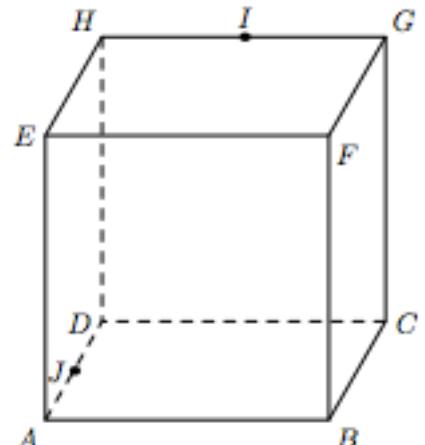
Exercice 2

Les questions suivantes sont indépendantes

- 1) Dans un repère de l'espace, on considère les points : $A(3; 2; -1)$; $B(-3; 0; 5)$; $C(-1; 1; -2)$; $D(-11; -3; 10)$.
 Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} sont-ils colinéaires ?
- 2) Dans un repère de l'espace, on considère les points : $A(1; 0; 3)$; $B(3; -1; 2)$ et $M(x; y; -2)$. avec x et y nombres réels.
 Existe-t-il des valeurs de x et y pour lesquelles les points A, B et M sont alignés ?

Exercice 3

Dans l'espace, on considère le cube $ABCDEFGH$ de côté 1 représenté ci-contre où les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[GH]$ et $[AD]$.



- 1) En utilisant les propriétés du cube et du carré, déterminer les produits scalaires :

a/ $\overrightarrow{EH} \cdot \overrightarrow{DH}$ b/ $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC}$ c/ $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{HG}$

- 2) En utilisant également la relation de Chasles, déterminer la valeur des produits scalaires suivants :

a/ $\overrightarrow{IE} \cdot \overrightarrow{GF}$ b/ $\overrightarrow{JF} \cdot \overrightarrow{AB}$ c/ $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{EF}$

Exercice 4

$ABCDEFGH$ est un cube de centre O et d'arête a .

- 1) Calculer en fonction de a , les produits scalaires :
 a / $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BG}$ b / $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BA}$ c / $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO}$
- 2) Déterminer dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$ les coordonnées de tous les points et retrouver les résultats de la question 1).
- 3) Déterminer la mesure de l'angle \widehat{HOG} .

