Première S

Ch.9

Loi binomiale — Fiche n°1

Exercice 1

Dans quelques grandes villes espagnoles, on teste de nouveaux types de feux aux carrefours. Les feux ne sont plus tricolores (vert, orange, rouge) mais bicolores (vert, rouge). Un cycle « vert – rouge » se déroule de la façon suivante :

- l'événement V « le feu est vert » dure 25 secondes, clignotant durant les 5 dernières secondes afin de prévenir le conducteur qu'à court terme le feu sera rouge.
- l'événement R « le feu est rouge dure 35 secondes.

Le temps total d'un cycle est donc de 1 minute.

1) Une voiture arrive à un feu bicolore. Justifier que la probabilité qu'elle se trouve face à un feu vert est égale à $\frac{5}{12}$.

2) Déterminer $p(R)$.

3) Pour se rendre à son travail, un automobiliste rencontre sur le parcours 3 feux bicolores.

a / Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré

b / Déterminer la probabilité que le premier feu rencontré soit vert, le second rouge et le troisième, vert.

b / Déterminer la probabilité qu'il rencontre au moins un feu vert.

Exercice 2

Partie 1

1) Interpréter $\binom{6}{1}$ et en donner la valeur.

2) On suppose connu que $\binom{6}{2}=15$. En déduire $\binom{7}{2}$.

3) Comment obtenir facilement $\binom{7}{5}$?

Partie 2

Les questions suivantes sont indépendantes.

1) On dispose de cinq antibiotiques efficaces pour triter une maladie infectieuse. On a vérifié au laboratoire que les cinq produits sont également actifs in vitro sur le microbe, mais on ne peut pas donner plus de deux antibiotiques à la fois .

➨ Combien y a-t-il de traitements possibles en asociant deux antibiotiques ?

2) L'épreuve orale de statistiques et probabilités d'un examen universitaire est organisé en lots de 3 sujets tirés au sort parmi 80 sujets portant sur ce cours. L'étudiant doit traiter un des trois sujets à la décision du jury.

a / Combien d'épreuves orales l'université pourra–t-elle organiser ?

b / Un candidat n'a révisé que 50 sujets.

- Justifier qu'il pourra traiter 19 600 épreuves sans avoir à craindre un mauvais choix de sujet du jury.
- Quelle est alors la probabilité qu'il puisse traiter les trois sujets de son épreuve ?

Exercice 3

On sait d'après le cours que pour $0 \leq k \leq n-1$, on a la relation : $\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1}=\binom{n+1}{k+1}$.

1 / Trouver la valeur de $\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}$ pour $0 \leq k \leq n-1$.

2 / En déduire l'égalité suivante pour $2 \leq k \leq n-2$: $\binom{n-2}{k-2}+2\binom{n-2}{k-1}+\binom{n-2}{k}=\binom{n}{k}$

Exercice 4

On considère une variable aléatoire X suivant une loi binomiale de paramètre $n=15$ et $p=0{,}6$.

1) A l'aide de la calculatrice, déterminer les coefficients binomiaux suivants : $\binom{15}{2}$; $\binom{15}{14}$; $\binom{15}{0}$.

2) Déterminer les valeurs exactes puis arrondies à 10^{-4} près, des probabilités suivantes :
$p(X=13)$; $p(X=14)$; $p(X=15)$

Exercice 5

Un concours sportif est organisé chaque année pour relier deux villages le plus rapidement possible. Plusieurs moyens de déplacement sont possibles : à vélo, à pied, en roller
On admet que les résultats des différentes années sont indépendants les uns des autres. L'expérience des années précédentes permet d'affirmer que la probabilité pour le vainqueur d'avoir effectué le trajet à vélo est $\frac{2}{3}$.

➡ Calculer la probabilité qu'au cours des six prochaines années, l'épreuve soit remportée au moins une fois par un concurrent « non cycliste ». Donner la valeur exacte puis la valeur approchée au millième.

Exercice 6

Une boule est lancée en haut d'une pyramide.

À chaque obstacle, il y a une chance sur deux pour qu'elle se dirige à droite ou à gauche.

Soit X la variable aléatoire correspondant à la case où la boule tombe à la fin du parcours.

▶ Déterminer la loi de probabilité de X.