

SECONDE

Ch.6

ÉQUATIONS DE DROITES

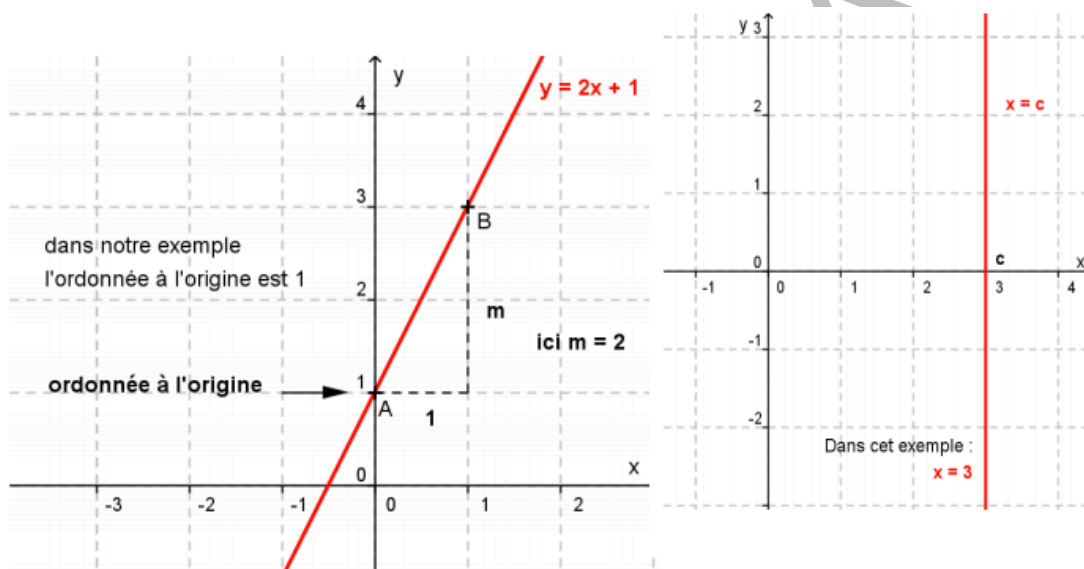
1) Équation de droite

Propriété

Toute droite (d) non parallèle à l'axe des ordonnées représente une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$.

Remarques :

- a est le coefficient directeur de (d) et $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{différence des ordonnées}}{\text{différence des abscisses}}$ pour tous points distincts de (d) ; b est l'ordonnée à l'origine de (d) . Par conséquent, la droite (d) passe par le point de coordonnées $(0; b)$.
- Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $x = c$



2) Droites parallèles, droites sécantes, points alignés

Propriété

Dans un repère, la droite (d) a pour équation $y = mx + p$ et la droite (d') a pour équation $y = m'x + p'$.

Les droites (d) et (d') sont parallèles si et seulement si $m = m'$.

démonstration

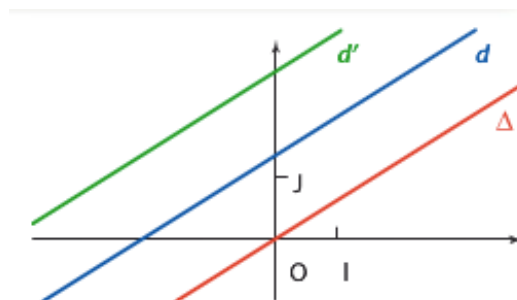
• Prouvons d'abord que la droite (d) d'équation $y = mx + p$ est parallèle à la droite Δ d'équation $y = mx$.

► si $p = 0$, (d) et $(d)\Delta$ ont la même équation et sont donc confondues et parallèles.

► Supposons donc $p \neq 0$ et raisonnons par l'absurde en supposant que (d) et Δ sont sécantes en un point $A(x_A; y_A)$.

Les coordonnées de A vérifient donc les équations respectives des deux droites (d) et Δ ce qui revient à dire que $mx_A = mx_A + p$ et donc $p = 0$ ce qui contredit l'hypothèse.

Donc $(d) // \Delta$.



► Notons Δ' la droite d'équation $y = m'x$. D'après ce qui précède, $(d') // \Delta'$.

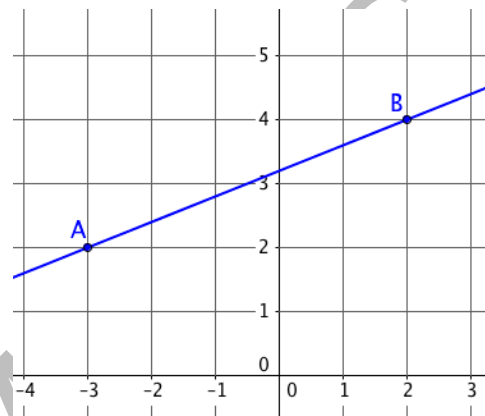
Ainsi, puisque $(d) // \Delta$ et $(d') // \Delta'$ on a $(d) // (d')$ si et seulement si $\Delta // \Delta'$. Or Δ et Δ' ont un point commun, l'origine du repère

On a alors « $\Delta // \Delta'$ » équivaut à « Δ et Δ' confondues » ou encore à « Δ et Δ' ont la même équation » cad à « $m = m'$ ».

En conclusion, $(d) // (d')$ si et seulement si $m = m'$.

exercice 1

- 1) Placer dans le repère ci-contre le point $C(-2; 4)$.
- 2) Déterminer l'équation de la parallèle à la droite (AB) passant par C .



Il découle de la propriété précédente, sa contraposée qui se formule ainsi :

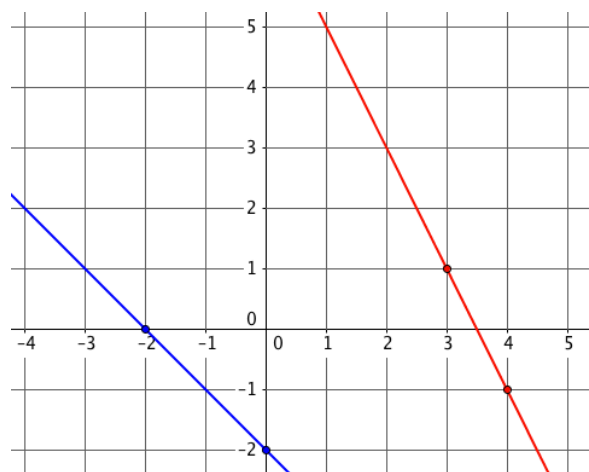
Propriété

Dans un repère, la droite (d) a pour équation $y = mx + p$ et la droite (d') a pour équation $y = m'x + p'$.

Les droites (d) et (d') sont sécantes si et seulement si $m \neq m'$

exercice 1 :

- 1) Trouver l'équation de chacune des deux droites.
- 2) Justifier que ces deux droites sont sécantes.
Calculer les coordonnées de leur point d'intersection.



Propriété

Trois points distincts A, B et C sont alignés si et seulement si les droites (AB) et (AC) ont le même coefficient directeur.

exercice 3

Dans chaque cas, dire si les points A, B et C sont alignés :

a/ $A(5; 4)$; $B(-3; 0)$; $C(-1; 1)$

b/ $A(0;-4)$; $B(3;3)$; $C(2;1)$

c/ $A\left(0;-\frac{3}{5}\right)$; $B\left(3;\frac{2}{5}\right)$; $C\left(\frac{9}{5};0\right)$

AMBITION-MATHS