PROPRIÉTÉS de THALES HOMOTHETIES

I. Déterminer une longueur avec le théorème de Thalès

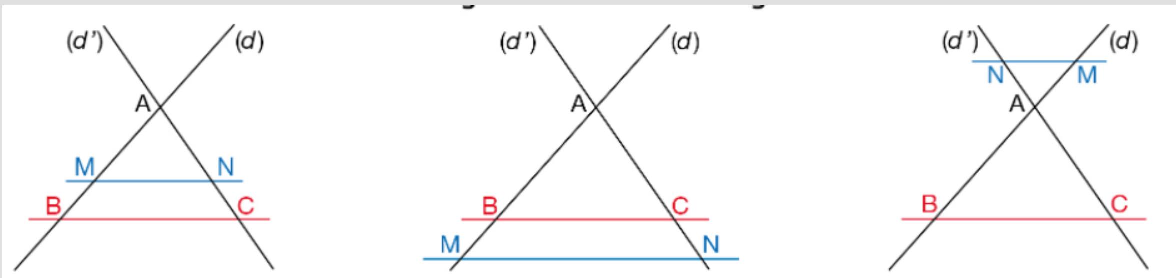
objectif : calculer une longueur dans une configuration géométrique particulière

Théorème de Thalès

Soient (BM) et (CN) deux droites sécantes en A. Si (MN) et (BC) sont parallèles, alors :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

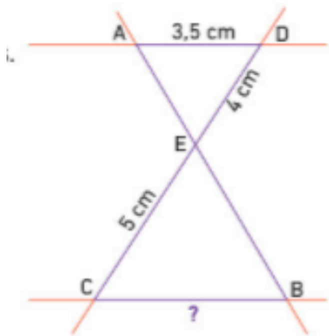
Figures clés de Thalès :



remarque

• Les longueurs des côtés des triangles AMN et ABC sont proportionnelles.

méthode



• *étape 1 : on décrit les données la figure clé de Thalès :*

$E\in(AB)$, $E\in(CD)$ et $(AD)//(BC)$

• *étape 2 : on applique la propriété de Thalès*

Alors d'après la propriété de Thalès, on a :

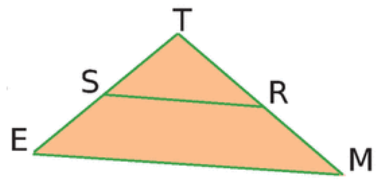
$$\frac{EA}{EB}=\frac{ED}{EC}=\frac{AD}{BC}$$

•*étape 3 : on remplace par les données numériques et on achève le calcul de la longueur voulue*

$$\frac{EA}{EB}=\underbrace{\frac{4}{5}=\frac{3{,}5}{BC}}$$, on a alors : $BC=\frac{5\times 3{,}5}{4}=4{,}375$ cm.

II. Justifier que deux droites ne sont pas parallèles. Un exemple.

Sur la figure ci-contre, on donne : $TR = 11cm$; $TS = 8cm$; $TM = 15cm$; $TE = 10cm$



Les droites (RS) et (ME) sont-elles parallèles ?

méthode

• *étape 1 : on calcule séparément les rapports de longueur :*

$\frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$ et $\frac{TR}{TM} = \frac{11}{15}$

• *étape 2 : on conclut :*

Si les droites (RS) et (ME) étaient parallèles, on aurait d'après le th. de Thalès, $\frac{TS}{TE} = \frac{TR}{TM}$ ce qui n'est pas le cas.

Les droites (RS) et (ME) ne sont donc par parallèles.

III. Justifier que deux droites sont parallèles : réciproque du théorème de Thalès

propriété

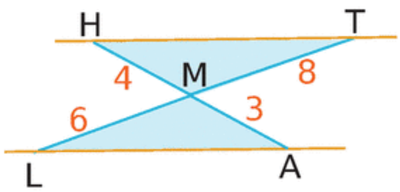
Soit (BM) et (CN) deux droites sécantes en A tels que les points A, B, M et A, C, N alignés dans le même ordre.

Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles

exemple

Les droites (AL) et (HT) sont-elles parallèles ?

solution



On a : $\frac{MA}{MH} = \frac{3}{4}$ et $\frac{ML}{MT} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

De plus, les points A, M, H et L, M, T sont alignés dans le même ordre alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AL) et (HT) sont parallèles.

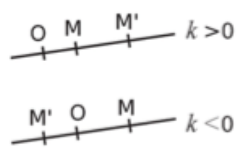
IV. Transformer avec une homothétie

définition

M' est l'image de M par l'homothétie de centre O et de rapport k $(k \neq 0)$ lorsque :

• si k est positif : $OM' = k\,OM$ et $M' \in [OM)$;

• si k est négatif : $OM' = -k\,OM$ et $O \in [MM']$



remarque

• Si $k > 1$ ou $k < -1$, la figure image est un agrandissement de la figure initiale.

• Si $-1 < k < 0$ ou $0 < k < 1$, la figure image est une réduction de la figure initiale.

V. Triangles semblables

définition
Deux triangles sont semblables si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre.

propriété

Deux triangles sont semblables si et seulement si les longueurs des côtés de l'un sont proportionnelles aux longueurs des côtés de l'autre.