PRÉPARATION BAC TERMINALE S / FICHE 9

QCM

EXERCICE 1

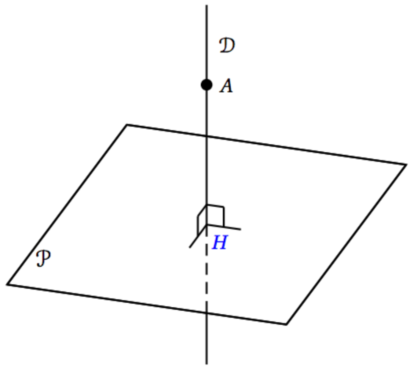
L'espace est muni d'une repère $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath}\ ;\ \vec{k})$.

Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation cartésienne : $2x - z - 3 = 0$.

On note A le point de coordonnées $(1\ ; a\ ;\ a^2)$ où a est un nombre réel.

1) Justifier que, quelle que soit la valeur de a, le point A n'appartient pas au plan $\mathcal{P}$.
2) a/ Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$ (de paramètre t) passant par le point A et orthogonale au plan $\mathcal{P}$.

   b/ Soit M un point appartenant à la droite $\mathcal{D}$, associé à la valeur t du paramètre dans la représentation paramétrique précédente. Exprimer la distance AM en fonction du réel t.



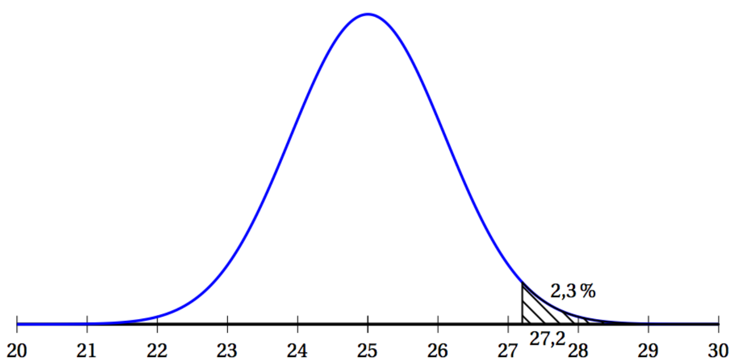
On note H le point d'intersection du plan $\mathcal{P}$ et de la droite $\mathcal{D}$ orthogonale à $\mathcal{P}$ et passant par A. Le point H est appelé projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathcal{P}$ et la distance AH est appelée distance du point A au plan $\mathcal{P}$.

Existe-t-il une valeur de a pour laquelle la distance AH du point $A(1\ ; a\ ;\ a^2)$ au plan $\mathcal{P}$ soit minimale ?

EXERCICE 2

Dans une usine automobile, certaines pièces métalliques sont recouvertes d'une fine couche de nickel qui les protège contre la corrosion et l'usure. Le procédé est un nickelage par électrolyse. On admet que la variable aléatoire X qui, à chaque pièce traitée associe l'épaisseur de nickel déposé, suit la loi normale d'espérance $\mu_1 = 25$ micromètres (μm) et d'écart-type σ_1. Une pièce est conforme si l'épaisseur de nickel déposé est comprise entre 22,8 μm et 27,2 μm.

La fonction densité de probabilité de X est représentée ci-dessous. On a pu déterminer que $p(X > 27{,}2) = 0{,}023$.



1) a/ Déterminer la probabilité qu'une pièce soit conforme.
   b/ Justifier que 1,1 est une valeur approchée de σ_1 à 10^{-1} près.
   c/ Sachant qu'une pièce est conforme, calculer la probabilité que l'épaisseur de nickel déposé sur celle-ci soit inférieure à 24 μm. Arrondir à 10^{-3}.

EXERCICE 3

Soit la suite de nombres complexes (z_n) définie par : $\begin{cases} z_0 = 100 \\ z_{n+1} = \frac{i}{3} z_n \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$. Pour tout entier naturel n, on note M_n le point d'affixe z_n.

1) Démontrer que, pour tout entier naturel n, les points O , M_n et M_{n+2} sont alignés.
2) On rappelle qu'un disque de centre A et de rayon r, où r est un nombre réel positif, est l'ensemble des points M du plan tels que $AM \leq r$.
   Démontrer que, à partir d'un certain rang, tous les points M_n appartiennent au disque de centre O et de rayon 1.

EXERCICE 4

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

PARTIE A

Soit la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels par : $f(x) = 2e^x - e^{2x}$

et $\mathcal{C}$ sa représentation graphique dans un repère orthonormé. On admet que, pour tout x appartenant à $[0\ ; \ln(2)]$, $f(x)$ est positif.

Indique si la proposition suivante est vraie ou fausse, en justifiant votre réponse.

Proposition A : l'aire du domaine délimité par les droites d'équations $x = 0$ et $x = ln(2)$, l'axe des abscisses et la courbe $\mathcal{C}$, est égale à 1 unité d'aire.

PARTIE B

Soit n un entier strictement positif. Soit la fonction f_n définie sur l'ensemble des nombres réels par :

$$f_n(x) = 2ne^x - e^{2x}.$$

et C_n sa représentation graphique dans un repère orthonormé. On admet que f_n est dérivable et que Cn admet une tangente horizontale en un unique point S_n.

Indiquer si la proposition suivante est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

Proposition B : pour tout entier naturel non nul n, l'ordonnée de S_n est n^2.