SPÉ MATHS ➥ Devoir commun n°1

Exercice 1

Les questions suivantes sont indépendantes .

1) On considère l'égalité suivante : $23 \times 51 + 35 = 1208$. Sans faire de division, répondre par VRAI ou FAUX à chacune des affirmations suivantes (on justifiera les réponses) :

a/ dans la division euclidienne de 1208 par 23, 51 est le quotient et 35 est le reste.

b/ dans la division euclidienne de 1208 par 51, 23 est le quotient et 35 est le reste.

2) Un entier naturel n est tel que si on le divise par 4, le reste vaut 3 et si on le divise par 5 le reste augmente de 1 tandis que le quotient diminue de 1. Calculer n.

3) Quels sont les restes possibles de la division euclidienne d'un entier impair par 4 ? Justifier.

4) Faire fonctionner l'algorithme proposé avec $A = 1512$ et $q = 17$. Quelles sont les valeurs obtenues en sortie ? Quel est le rôle de cet algorithme ?

Code de l'algorithme

```
VARIABLES
  A EST_DU_TYPE NOMBRE
  B EST_DU_TYPE NOMBRE
  q EST_DU_TYPE NOMBRE
  R EST_DU_TYPE NOMBRE
  Abis EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE A
  LIRE q
  POUR R ALLANT_DE 0 A q-1
    DEBUT_POUR
    Abis PREND_LA_VALEUR A-R
    B PREND_LA_VALEUR Abis/q
    SI (B==floor(B)) ALORS
      DEBUT_SI
      AFFICHER "La valeur de l'entier naturel B est "
      AFFICHER B
      AFFICHER " et la valeur de R est "
      AFFICHER R
      FIN_SI
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

5) Démontrer que si n est un entier naturel impair, alors $n^2 - 1$ est divisible par 8.

devoir commun n°1

Exercice 2

➨ Déterminer tous les couples d'entiers relatifs $(x\,;y)$ tels que $4x^2-49y^2=15$.

Exercice 3

1) ➨ n est un entier naturel. On pose $a=3n^2+15n+18$ et $b=n+1$.

2) a/ Trouver deux entiers α et β tels que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $a=(n+1)(3n+\alpha)+\beta$.

3) b/ Quelles sont les valeurs de l'entier n pour lesquelles b divise a.

Exercice 4

On cherche à déterminer les couples d'entiers naturels $(x\,;y)$ tels que : $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}$.

1) Démontrer que, pour x et y non nuls, l'égalité précédente est équivalente à $(x-5)(y-5)=25$.

2) Déterminer alors tous les couples d'entiers naturels solutions.

Exercice 5

➨ Démontrer par récurrence que $n(2n+1)(7n+1)$ est divisible par 6 pour tout entier naturel non nul n.