SPÉ MATHS ⟶ Devoir commun n°1

Exercice 1

Partie A

On considère l'algorithme suivant :

```
Variables :       a est un entier naturel
                  b est un entier naturel
                  c est un entier naturel
Initialisation :  Affecter à c la valeur 0
                  Demander la valeur de a
                  Demander la valeur de b
Traitement :      Tant que a > b
                  |  Affecter à c la valeur c + 1
                  |  Affecter à a la valeur a − b
                  Fin de tant que
Sortie :          Afficher c
                  Afficher a
```

1) Faire fonctionner cet algorithme avec $a=13$ et $b=4$ en indiquant les valeurs des variables à chaque étape.

2) Expliquer le rôle de cet algorithme.

Partie B

À chaque lettre de l'alphabet, on associe, grâce au tableau ci-dessous, un nombre entier compris entre 0 et 25.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

On définit un procédé de codage de la façon suivante :

Étape 1 : à la lettre que l'on veut coder, on associe le nombre m correspondant dans le tableau.

Étape 2 : on calcule le reste de la division euclidienne de $9m+5$ par 26 et on le note p.

Étape 3 : au nombre p, on associe la lettre correspondante dans le tableau.

1) Coder la lettre U.

2) Modifier l'algorithme de la partie A pour qu'à une valeur de m entrée par l'utilisateur, il affiche la valeur de p, calculée à l'aide du procédé de codage précédent.

Partie C

1) Trouver un nombre entier x tel que $9x \equiv 1\left[26\right]$.

2) Démontrer l'équivalence : $9m+5 \equiv p\left[26\right] \Leftrightarrow m \equiv 3p-15\left[26\right]$.

3) Décoder alors la lettre B.

Exercice 2

Questions diverses et indépendantes

I. Démontrer que pour tout entier naturel n, $10^{3n+3}+10^{3n}$ est divisible par 13.

II. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $x^2+x+1\equiv 0\left[6\right]$

Exercice 3

Le but de cet exercice est de déterminer tous les entiers naturels n vérifiant la propriété :

$\left(P\right)$: « n^2+11 est divisible par $n+11$ »

1) À l'aide de la calculatrice, faire une conjecture sur la nature de tels nombres.

2) a / Calculer pour tout n, $n^2+11-\left(n+11\right)\left(n-11\right)$.

b / En déduire tous les entiers naturels vérifiant la propriété $\left(P\right)$.